

Mécanique – Chapitre 3 : Statique des fluides

I. Forces volumiques et surfaciques, résultante des forces de pression sur une surface

1. Forces volumiques – exemple du poids
2. Forces surfacique – exemple des forces de pression

II. Équation différentielle fondamentale de la statique des fluides dans le champ de pesanteur

1. Particule de fluide : volume de fluide élémentaire – échelle mésoscopique
2. Équation différentielle fondamentale de la statique des fluides dans le champ de pesanteur

III. Application aux fluides incompressibles dans le champ de pesanteur uniforme

1. Équation de la statique des fluides incompressibles dans le champ de pesanteur uniforme
2. Applications aux mesures de pression
3. Application en géologie : principe de l'isostasie

IV. Application aux fluides compressibles dans le champ de pesanteur uniforme

1. Résolution de l'équation différentielle dans le cadre des fluides compressibles – Cas de l'atmosphère isotherme
2. Dans quel cadre peut-on négliger la variation de la pression d'un système gazeux en fonction de l'altitude ?

V. Poussée d'Archimède et flottabilité

1. Poussée d'Archimède
2. Flottabilité
3. Mouvements de convection verticale dans un fluide

Extrait du programme de BCPST 1

Notions	Capacités exigibles
<p>Pression dans un fluide au repos</p> <p>Forces volumiques, forces surfaciques. Résultante de forces de pression sur une surface. Statique des fluides dans le champ de pesanteur uniforme. Poussée d'Archimède</p> <p>Équilibre hydrostatique dans le champ de pesanteur terrestre</p> <p>Modèle de l'atmosphère isotherme. Échelle de hauteur caractéristique de variation de la pression. Stratification verticale des océans. Flottabilité</p>	<p>Citer des exemples de forces surfaciques ou volumiques. Utiliser les symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression. Déterminer l'expression ou la valeur de la résultante des forces de pression sur une surface plane. Établir la relation $\frac{dp}{dz} = \pm \rho g$. Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède et démontrer son expression Établir l'expression de la pression en fonction de l'altitude dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait. Citer la valeur de la pression atmosphérique moyenne au niveau de la mer. Établir l'expression de la pression avec la profondeur dans le cas d'un fluide incompressible. Interpréter la flottabilité d'une particule de fluide à l'aide des projections verticales du poids et de la poussée d'Archimède. Identifier quelques phénomènes physiques favorables ou défavorables aux mouvements verticaux de convection dans l'atmosphère ou les océans terrestres. Construire, par analyse dimensionnelle, les temps caractéristiques associés à ces phénomènes et les comparer</p>

Ordres de grandeur et valeurs à retenir

Dans l'eau la pression augmente d'un bar tous les 10 m (ex. à 10 m : 2 bar de pression)

Dans l'atmosphère : on perd 1% de la valeur de la pression tous les 90 m

Pression atmosphérique au niveau de la mer : $1,013 \cdot 10^5$ Pa

Extraits de rapports de jury du concours AGRO-VETO

- Le choix des unités appropriées constitue un premier écueil. Les pressions conservent parfois leurs valeurs en bar et les masses en g (ou les masses molaires en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$).
- En hydrostatique, les candidats savent probablement que la pression dans une colonne ne dépend que de la hauteur de la colonne, et pourtant pour de nombreux candidats la pression à 10 cm dans une colonne de 1 m n'est pas la même chose que la pression au fond d'une colonne de 10 cm... S'ils ne comprennent donc pas que la pression dans un liquide dépend uniquement de la hauteur (pour eux, dans un tube en U, les pressions semblent n'être égales de part et d'autre qu'au point de contact des deux branches du tube) ils savent par contre dérouler les calculs de pression dans un tube en U sans trop de difficulté.
- Les intégrations doivent également être menées avec rigueur. Le jury conseille là aussi aux futurs admissibles de prendre le temps de poser soigneusement leur calcul, avec des règles simples : identification de la variable d'intégration, caractère variable ou constant des autres grandeurs, choix de bornes d'intégration cohérentes dans les deux membres. Trop de précipitation en ce domaine peut en effet conduire à intégrer $dp = -\rho g dz$ en $p(z) - p_0 = -\rho g z$ alors que le candidat a déterminé $\rho = pM/RT$ quelques lignes plus haut.

Liens internet intéressants :

L'expérience de crève-tonneau de Pascal :

Dans l'émission « on n'est pas que des cobayes » :

http://www.france5.fr/emissions/on-n-est-pas-que-des-cobayes/experiences/epreience-3-defi-faire-exploser-le-tonneau-de-pascal_228679

A plus petite échelle : <https://www.youtube.com/watch?v=Xbqd30vRJUI>

Fonctionnement des châteaux d'eau :

<https://www.youtube.com/watch?v=xx7BetY2hNk>

Principe du siphon : <http://phymain.unisciel.fr/le-siphon/>

Principe des vases communicants : <https://www.youtube.com/watch?v=4keJXSo5ko>

Principe du baromètre de Torricelli :

<https://www.youtube.com/watch?v=i4oTwkS3EXM>

Introduction :

On parle souvent de la pression d'un gaz comme étant une grandeur caractérisant l'ensemble du système, alors que c'est une grandeur locale. En effet si un système gazeux est en équilibre, dans le champ de pesanteur, dans un récipient de petite taille alors la pression de ce gaz est quasi uniforme, mais si nous considérons l'atmosphère terrestre la pression atmosphérique diminue avec l'altitude.

En revanche dans un liquide, l'échelle d'évolution de la pression avec la profondeur est beaucoup plus petite que dans un gaz.

L'objectif de ce chapitre est d'exprimer de manière quantitative, les variations de pression dans les fluides (liquides et gaz) en équilibre (pas de mouvement d'ensemble), en fonction de l'altitude, dans le champ de pesanteur terrestre. Ces lois d'évolution de la pression nous permettront ainsi de comprendre la stratification verticale de l'atmosphère terrestre et des océans, et les mouvements verticaux de convection qui s'y déroulent, de manière qualitative.

I. Forces volumiques et surfaciques, résultante des forces de pression sur une surface**1. Forces volumiques – exemple du poids****a. Présentation générale****Notion de force volumique – résultante de forces volumiques**

Pour calculer la résultante des forces volumiques s'exerçant sur un système matériel de volume V :

La résultante des forces volumiques sur le système matériel est la somme des vecteurs force élémentaire, sur l'ensemble du volume V :

Remarque : pour passer des volumes élémentaires au système matériel de volume V on doit effectuer une somme continue dans les trois directions de l'espace, mathématiquement cela s'assimile à une intégrale triple. Aucun calcul n'est cependant exigé en BCPST.

b. Cas du poids

Le poids d'un système matériel de volume V est un exemple de force volumique.

L'ensemble de ces actions mécaniques locales peut se modéliser par un vecteur force unique le poids du système \vec{P} dont le point d'application est le centre de gravité du système et dont l'expression se calcule par sommation continue dans les trois directions de l'espace sur l'ensemble du volume V :

Remarque : le centre de gravité s'assimile au centre de masse si le champ de pesanteur est uniforme sur l'ensemble du système matériel.

2. Forces surfacique – exemple des forces de pression

a. Présentation générale

Notion de force surfacique – résultante de forces surfaciques

Pour calculer la résultante des forces surfaciques s'exerçant une sur surface S :

La résultante des forces surfaciques sur le système matériel est la somme des vecteurs force élémentaire, sur l'ensemble de la surface S :

Les forces de frottement et les forces de pression sont des exemples de forces surfaciques. Le cas des forces de pression est détaillé ci-après.

b. Cas des forces de pression : pression uniforme sur une surface plane

Résultantes des forces de pression uniforme sur une surface plane :

On considère un fluide à la pression p en contact avec une surface S , la pression étant uniforme sur toute la surface de contact. Le fluide exerce sur la surface, une force de pression \vec{F} dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Direction :
- Sens :
- Norme :
- Point d'application :

Ainsi :

c. Cas des forces de pression : pression non uniforme sur une surface plane

Dans le cas d'une pression non uniforme, on ne peut plus utiliser des surfaces de dimension macroscopique pour définir la force pressante. Il faut donc découper la surface totale S en zones sur lesquelles la pression est quasi-uniforme.

Nous allons travailler dans le cas où la pression au sein du fluide est une fonction de l'altitude z .

Calcul de la résultante des forces de pression d'un fluide sur une surface plane :

Exemple de calcul avec : $p(z) = p_0 - \rho g z$ avec p_0 , ρ et g constantes

d. Cas général : pression non uniforme sur une surface non plane

Si la pression du fluide n'est pas uniforme sur la surface de contact et/ou si la surface n'est pas plane, alors il faut procéder à un découpage élémentaire plus fin.

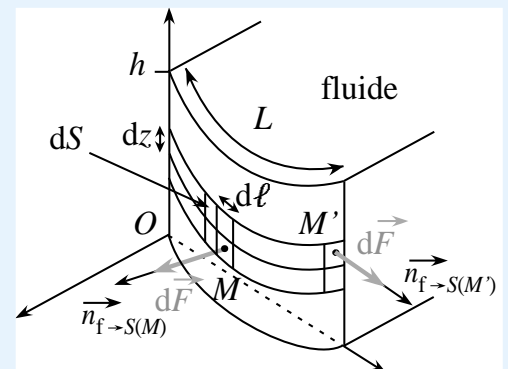
Résultantes des forces de pression d'un fluide sur une surface dans le cas général :

On découpe la surface S en surfaces élémentaires, $dS = dzd\ell$, autour de points M , suffisamment petites pour les considérer soumises à une pression uniforme et planes.

La force de pression élémentaire s'exprime :

La résultante des forces de pression sur l'ensemble de la surface S s'exprime par un calcul intégral :

$$\vec{F} = \iint_S p(M) \vec{n}_{f \rightarrow S}(M) dS \Rightarrow \vec{F} = \int_{z=0}^h \int_{\ell=0}^L p(M) \vec{n}_{f \rightarrow S}(M) dzd\ell$$



Ce calcul peut s'avérer complexe car la direction du vecteur unitaire normal varie d'une surface élémentaire à une autre. Nous nous contenterons juste de déterminer la direction de la force résultante dans les cas où la géométrie est évidente.

Direction de la résultante des forces de pression d'un fluide sur une surface non plane :

Nous nous contenterons de déterminer, quand cela est possible, la direction de la résultante des forces de pression dans le cadre des surfaces non planes en étudiant la symétrie de la surface et du champ de pression. On retiendra la règle suivante :

II. Équation différentielle fondamentale de la statique des fluides dans le champ de pesanteur

1. Particule de fluide : volume de fluide élémentaire – échelle mésoscopique

Pour déterminer l'équation différentielle fondamentale de la statique des fluides dans le champ de pesanteur, nous isolons au sein d'un fluide, par la pensée, un volume élémentaire cubique de fluide en équilibre au sein de la totalité du fluide. Les forces extérieures qui s'exercent sur ce volume élémentaire sont son poids (force volumique) et les forces de pression (forces surfaciques) exercées par le fluide à l'extérieur du volume élémentaire, sur chacune des faces.

Pour que cette modélisation ait un sens, il faut travailler à l'échelle mésoscopique : si le volume est de dimension macroscopique la pression sur chacune de ses faces ne pourra pas être considérée uniforme, si le volume est de dimension microscopique le fluide n'est plus un milieu continu et la notion de pression même ne peut plus être définie.

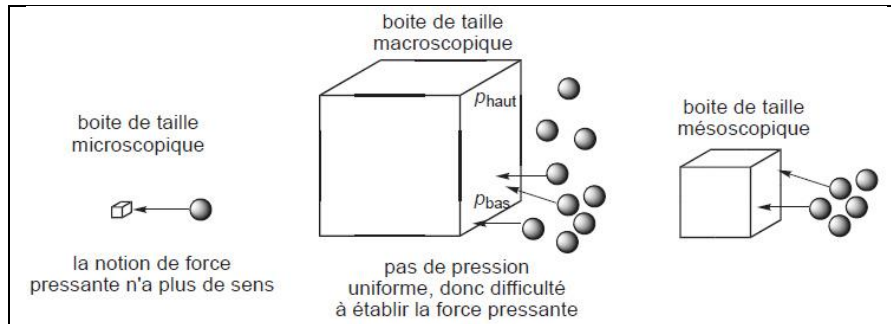


Figure 1 : Boîte microscopique, macroscopique et mésoscopique

Particule de fluide – Modèle du fluide continu

Le volume élémentaire dV délimite une portion du fluide appelée **particule de fluide**. Ce volume est de dimension mésoscopique, il est donc assez grand pour ne pas considérer le fluide comme composé de particules discrètes, mais comme de la matière continue : c'est le **modèle du fluide continu**.

2. Equation différentielle fondamentale de la statique des fluides dans le champ de pesanteur

Considérons un fluide (liquide ou gaz) dans le champ de pesanteur et notons $p(M)$ la pression en un point M du fluide. Cette pression, a priori, dépend du point M considéré.

Dans le repère cartésien ci-contre, avec un axe (Oz) vertical ascendant, isolons au sein du fluide, une particule de fluide de forme cubique, centrée sur le point M de coordonnées $(x + \frac{dx}{2}; y + \frac{dy}{2}; z + \frac{dz}{2})$, de volume élémentaire $dV = dx dy dz$ et de masse élémentaire $dm = \rho(M)dV$ avec $\rho(M)$ la masse volumique du fluide autour du point M .

Effectuons une étude mécanique de cette particule en considérant un état d'équilibre dans le champ de pesanteur terrestre.

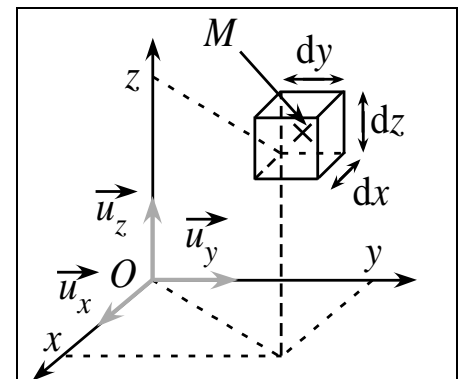


Figure 2 : particule de fluide

Bilan des forces extérieures :

Application de la 2^e loi de Newton : la particule de fluide étant à l'équilibre, on peut écrire :

Par projection sur la base cartésienne :

Analyse :

A retenir : équation différentielle fondamentale de la statique des fluides :

La variation de pression élémentaire entre la surface d'altitude $z + dz$ et celle d'altitude z , notée dp vérifie la loi suivante :

Remarques importantes :

- L'équation précédente est une équation différentielle : $dp/dz = -\rho g$, qu'il s'agira d'intégrer par la suite pour connaître la variation de la pression en fonction de l'altitude z .
- Analyse du signe dans l'équation fondamentale :

- La pression en z est égale à la pression en $z + dz$ à laquelle s'ajoute « le poids de la colonne de fluide comprise entre l'altitude z et $z + dz$ divisé par la surface de base de la colonne » :

- On peut travailler en orienter l'axe Oz vers le bas, mais dans ce cas l'équation devient :

Propriétés :

- La pression au sein d'un fluide au repos dans le champ de pesanteur ne dépend donc que de l'altitude du point considéré. En particulier elle ne dépend pas de la direction dans laquelle on la mesure.
- Dans le fluide au repos on peut définir des surfaces isobares (de même pression) : ce sont des surfaces de même altitude (dans une première approximation : horizontales si elles sont de petite taille par rapport à la surface de la terre).
- La pression ne présente pas de discontinuité au passage d'un milieu fluide à un autre : à l'interface de deux fluides la pression est la même de part et d'autre (attention si une surface solide indéformable sépare deux fluides alors la pression de part et d'autre peut être différente).
- La surface de séparation entre deux fluides non miscibles à l'équilibre est horizontale

III. Application aux fluides incompressibles dans le champ de pesanteur uniforme

1. Équation de la statique des fluides incompressibles dans le champ de pesanteur uniforme

a. Équation et démonstration

Cette équation différentielle donne la variation élémentaire de la pression en fonction de la variation élémentaire de l'altitude. Résolvons cette équation, dans le cadre des fluides incompressibles (les liquides), en supposant que le champ de pesanteur est uniforme (g ne dépend pas de z).

Propriété :

Résolution et équation de la statique des fluides incompressibles :

Intégrons cette équation différentielle entre des altitudes z_A et z_B , A et B étant deux points appartenant au même fluide incompressible.

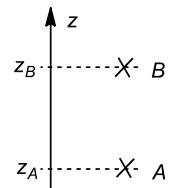
Il faut savoir redémontrer cette formule mais vous avez le droit de l'utiliser directement dans un exercice en écrivant : « d'après l'équation de la statique des fluides incompressibles »



Pensez toujours à vérifier la logique de ce que vous écrivez. Au sein d'un fluide un point un plus bas qu'un autre doit être à une pression plus importante.

$$p(z_A) = p(z_B) + \rho g(z_B - z_A) \text{ avec } z_B - z_A > 0$$

La pression en A vaut la pression en B plus la pression due à la colonne de fluide entre A et B



b. Stratification verticale des océans**Ordre de grandeur de l'évolution de la pression dans les océans :**

Fluide étudié : l'eau, incompressible

Application numérique :**Ordre de grandeur :****c. Application en plomberie !****Principe des vases communicants**

Les différentes surfaces libres d'un même fluide soumis à la même pression sont dans un même plan horizontal quelque soit l'aire et la forme de la surface.

Expérience de cours :

Principe du siphon

La technique du siphon s'utilise pour vider un récipient par le haut lorsqu'il est impossible de le renverser.

Il faut remplir un tuyau d'eau entièrement et plonger une extrémité dans le récipient à vider. L'autre extrémité est placée dans le récipient vide servant à récupérer l'eau. Ce récipient doit être plus bas.

Expérience de cours :

2. Applications aux mesures de pression

a. Mesure intrinsèque de pression : barométrie

Définition :

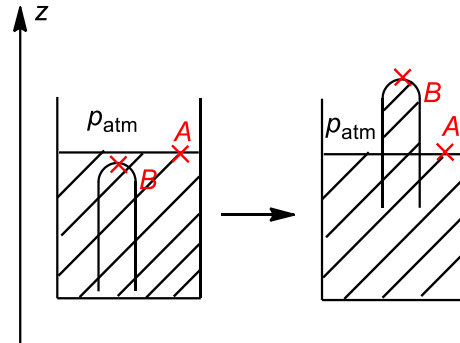
La barométrie permet de mesurer la pression atmosphérique.

Expérience :

Un tube à essai est rempli d'eau et plongé à l'envers dans un récipient d'eau. On soulève le tube de manière à le sortir de l'eau. Tant que le bas du tube n'est pas hors de l'eau il reste rempli.

On imagine que le bécber et le tube sont aussi grands qu'on le souhaite.

1. On monte le tube progressivement. Le tube reste-t-il toujours rempli jusqu'en haut ?



2. Déterminer la hauteur maximale atteinte par le fluide dans le tube.

3. Application à la pression de la pression atmosphérique

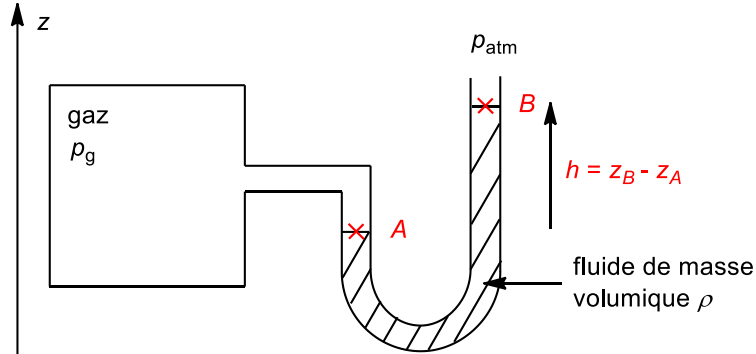
Nouvelle unité de mesure de pression :

b. Mesure de différence de pression : manométrie

Définition :

La manométrie permet de mesurer une différence de pression entre une enceinte fermée contenant un gaz et la pression atmosphérique.

Exemple de manomètre à liquide :



Montrer comment la mesure de h permet de déterminer la différence de pression entre le gaz et l'atmosphère.

Application numérique : eau et $h = 10$ cm

Que faut-il faire pour mesurer des surpressions plus importantes sans que le système ne soit trop grand ?

Représenter le système dans le cas d'un gaz en sous-pression par rapport à l'atmosphère.

Capteurs de pression :

Il existe maintenant des systèmes plus performants : des capteurs de pression utilisant des ressorts ou des membranes se déformant plus ou moins selon la différence de pression.

3. Application en géologie : principe de l'isostasie



Notion de solide ductile :

En géologie les roches sont considérées comme des solides ductiles, c'est-à-dire des solides qui peuvent se déformer et donc se comporter comme des liquides si on leur applique une force modérée mais continue dans le temps. On pourra donc utiliser l'équation de la statique des fluides incompressibles.

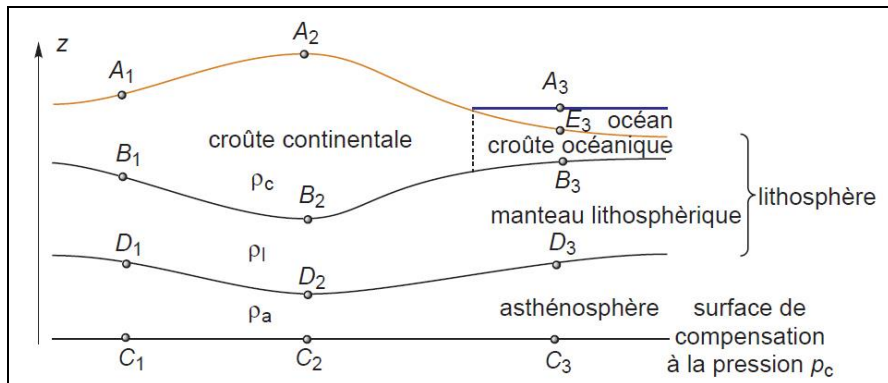
Isostasie de la croûte terrestre :

L'isostasie traduit l'état d'équilibre des roches de la croûte terrestre.

Cet équilibre implique qu'il existe en profondeur une surface de compensation en dessous de laquelle le globe est homogène. A cette profondeur, appelée profondeur de compensation la pression est uniforme, quels que soit les remaniements des couches en surface.

Conséquence :

Cela a pour conséquence, en première approximation, que le poids d'une colonne de roche (et d'eau si elle est présente en surface) de la surface de la Terre jusqu'à la surface de compensation est toujours la même, quelle que soit l'altitude des reliefs.



Modélisation géologique de la croûte terrestre

Démonstration :

D'après la loi de la statique des fluides incompressibles appliquée à chaque couche, on peut écrire (en supposant g constante) :

$$p_{C_1} = \rho_a g(z_{D_1} - z_{C_1}) + \rho_l g(z_{B_1} - z_{D_1}) + \rho_c g(z_{A_1} - z_{B_1}) + p_{A_1}$$

$$p_{C_2} = \rho_a g(z_{D_2} - z_{C_2}) + \rho_l g(z_{B_2} - z_{D_2}) + \rho_c g(z_{A_2} - z_{B_2}) + p_{A_2}$$

$$p_{C_3} = \rho_a g(z_{D_3} - z_{C_3}) + \rho_l g(z_{B_3} - z_{D_3}) + \rho_c g(z_{E_3} - z_{B_3}) + \rho_e g(z_{A_3} - z_{E_3}) + p_{A_3}$$

Or C_1 , C_2 et C_3 appartiennent à la surface de compensation : $p_{C_1} = p_{C_2} = p_{C_3}$

En négligeant les variations de p_{atm} avec l'altitude : $p_{A_1} = p_{A_2} = p_{A_3}$

Ainsi : $p_{C_i} - p_{A_i} = cste$. On a donc : (avec h_i l'épaisseur de chaque couche à la verticale considérée)

$$\sum_i \rho_i g h_i = cste$$

En multipliant par une surface S correspondant à la section d'une colonne de roche, on fait apparaître la masse de la colonne :

$$S \times \sum_i \rho_i g h_i = \sum_i \rho_i g V_i = \sum_i m_i g = cste$$

Conséquence : ajustement isostatique en cas d'érosion

En cas d'érosion superficielle, pour assurer l'isostasie de la croûte terrestre, les roches plus profondes se déplacent afin de compenser la perte de masse en surface. On parle d'ajustement isostatique.

IV. Application aux fluides compressibles dans le champ de pesanteur uniforme

1. Résolution de l'équation différentielle dans le cadre des fluides compressibles – Cas de l'atmosphère isotherme

a. Généralités

Nous allons reprendre l'équation différentielle de la statique des fluides et cette fois-ci la résoudre dans le cadre des fluides compressibles (gaz), toujours dans le cadre du champ de pesanteur uniforme.

Propriété :

Un fluide compressible possède une masse volumique non uniforme : ρ dépend de la pression et donc de z .

Nous ne pourrions pas déterminer d'équation générale pour les fluides compressibles car tout dépend de l'expression de la masse volumique en fonction de l'altitude.

Méthode générale :

On veut résoudre l'équation : $dp = -\rho g dz$, mais ρ n'est plus une constante :

- Déterminer l'expression de ρ en fonction des variables, c'est-à-dire p et/ou z .
- Remplacer dans l'équation différentielle.
- Séparer les variables pour obtenir une équation de ce type :

$$f(p)dp = h(z)dz$$

Avec $f(p)$ une fonction de p uniquement (qui ne dépend pas de z) et $h(z)$ une fonction de z uniquement (qui ne dépend pas de p).

- Intégrer de part et d'autre de l'équation (en choisissant des variables d'intégration cohérente en fonction du problème)

Remarque : a priori l'accélération de la pesanteur g pourrait aussi dépendre de l'altitude, mais dans la plupart des cas on négligera ses variations car nous nous placerons dans l'approximation du champ de pesanteur uniforme.

b. Application au cas de l'atmosphère supposée isotherme

Modèle de l'atmosphère isotherme :

- On suppose l'atmosphère constitué d'un gaz parfait de masse molaire noté $M(\text{air})$:
- g ne dépend pas z
- La température est supposée uniforme (ne dépend pas de l'altitude)

Remarques : limites du modèle

Appliquons la méthode précédente :

Résolution de l'équation différentielle pour connaître l'évolution de la pression en fonction de z

- Système d'étude :

Une colonne d'air de l'atmosphère, de masse volumique ρ non uniforme, à l'équilibre (on ne s'intéressera pas aux dépressions atmosphériques lié aux mouvements de l'air, cela concerne le domaine de la dynamique des fluides).

Équation de la statique des fluides à utiliser : $dp = -\rho g dz$

- Expression de ρ (air) en fonction des variables p et/ou z

- Équation différentielle :

- Séparation des variables p et z :

- Intégration de part et d'autre :

On peut souhaiter expression la pression à une altitude quelconque z par rapport à une origine fixée $z_0 = 0$:

Remarques :

- La pression et la masse volumique décroissent avec l'altitude de manière exponentielle
- La grandeur $H = \frac{RT_0}{Mg}$ est une hauteur en mètres appelée **échelle de hauteur caractéristique de variation de la pression**. Pour une température moyenne de la Terre de $15^\circ\text{C} = 288\text{ K}$, $H = 8,42 \cdot 10^3\text{ m}$
- La pression à l'altitude nulle est prise égale à la pression atmosphérique moyenne au niveau des océans :

Remarque :

Le modèle de l'atmosphère isotherme n'est valable que pour de faible variation de z . En effet, la température de l'atmosphère évolue en fonction de l'altitude. Dans le cadre du modèle ISA (International Standard Atmosphere), l'atmosphère terrestre est divisée en différentes couches, au sein desquelles la température est supposée suivre une loi affine. La valeur du gradient vertical de température dans chacune de ces couches est normalisée.

Dans le cadre de ce modèle, pour déterminer l'évolution de la pression en fonction de l'altitude, il faut intégrer l'équation différentielle de la statique des fluides en tenant compte de l'évolution de la température en fonction de z en intégrant couche par couche.

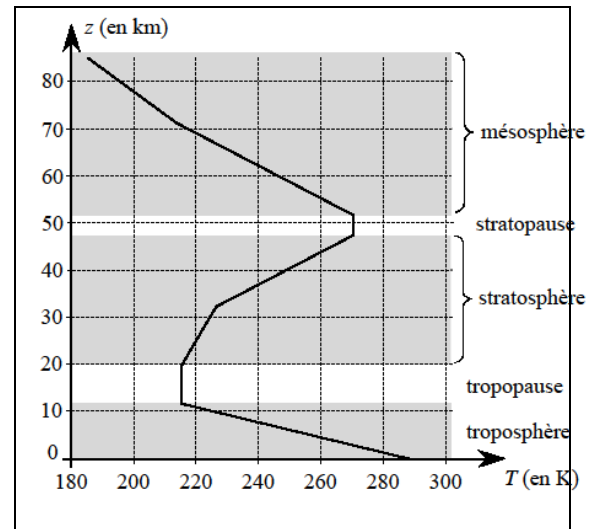


Figure 3 : évolution de la température en fonction de l'altitude dans le cadre du modèle ISA

2. Dans quel cadre peut-on négliger la variation de la pression d'un système gazeux en fonction de l'altitude ?

Nous venons de montrer que la pression au sein d'un gaz évolue avec l'altitude, pourtant lorsqu'on étudie des systèmes gazeux dans une enceinte fermée on parle de la pression du gaz, supposant qu'elle est donc uniforme. Dans quel cadre a-t-on le droit d'effectuer cette approximation ?

Calculons la variation d'altitude qui implique une variation de pression de 1 % :

Conclusion :

V. Poussée d'Archimède et flottabilité

1. Poussée d'Archimède

Définition :

Théorème d'Archimède :

Démonstration :

Remarque : l'intensité de la poussée d'Archimède dépend directement de la masse volumique du fluide, ainsi :

- La poussée qui s'applique sur un objet dans l'eau sera plus forte que celle qui s'appliquerait sur le même objet dans l'air.
- La poussée d'Archimède subie par un objet « lourd » dans l'air sera souvent négligée par rapport à son poids, elle ne pourra plus l'être dans le cas de systèmes « légers » : un ballon d'hélium, l'air chaud d'une montgolfière, etc.
- De plus, si un solide est partiellement immergé dans l'eau et l'air, on approximera la poussée d'Archimède de l'ensemble des deux fluides à la seule poussée d'Archimède de l'eau en ne tenant compte que du volume d'eau déplacé par le solide, c'est-à-dire le volume immergé dans l'eau.

2. Flottabilité

Soit un système matériel de volume V et de masse volumique ρ , immergé dans un fluide de masse volumique ρ_{fluide} , avec un axe (Oz) vertical ascendant.

Le système est soumis au bilan des forces suivant :

- son poids :
- la poussée d'Archimède due au fluide :

Notion de flottabilité :

3. Mouvements de convection verticale dans un fluide

a. Cause des mouvements de convection verticale dans un fluide

La convection dans un fluide correspond à des mouvements macroscopiques de matière au sein du fluide. Il y a convection si des particules de fluide au sein du fluide possède une flottabilité non nulle.

Rôle de la masse volumique :

Déterminons la flottabilité d'une particule de fluide de volume V et de masse volumique ρ au sein d'un fluide de masse volumique ρ_{fluide} :

A retenir :

Nous avons déjà parlé de la convection thermique, comme moyen de transport de l'énergie thermique, mais ce n'est pas la seule convection existant. D'autres grandeurs peuvent induire une convection

Paramètres favorables à la convection :

Tout paramètre modifiant la masse volumique d'une particule de fluide, sera favorable aux mouvements de convection verticaux.

Rôle de la température :

Dans l'atmosphère et les océans, les particules chaudes de fluide, moins denses, montent tandis que les particules froides, plus denses, descendent.

En effet, l'augmentation de la température diminue la masse volumique d'une particule d'air ou d'eau, et inversement :

- La masse volumique d'une particule de gaz, dans le modèle des gaz parfait, est une fonction décroissante de la température : $\rho = \frac{m}{V} = \frac{Mp}{RT}$.
- La masse volumique des liquides diminue avec la température (phénomène de dilatation).

Rôle de la salinité :

Dans les océans, les particules d'eau plus salées, plus denses, descendent au fond des océans tandis que les particules d'eau moins salées, moins denses, remontent à la surface.

En effet, l'augmentation de la salinité augmente la masse volumique d'une particule d'eau.



Convection dans l'atmosphère : il peut être intéressant d'analyser la stabilité de l'atmosphère face à la convection verticale car l'atmosphère proche de la surface terrestre est soumise à un gradient de température négatif : les particules les plus chaudes se situent à faible altitude, elles pourront donc avoir tendance à remonter.

Convection dans l'océan : l'océan, lui, présente une stratification de température verticale, la température est plus élevée en surface, ce qui est un frein à la convection. La convection dans les océans est donc due à un ensemble de phénomènes complexes, auxquels participent les différences de salinité, comme dans l'exemple suivant.

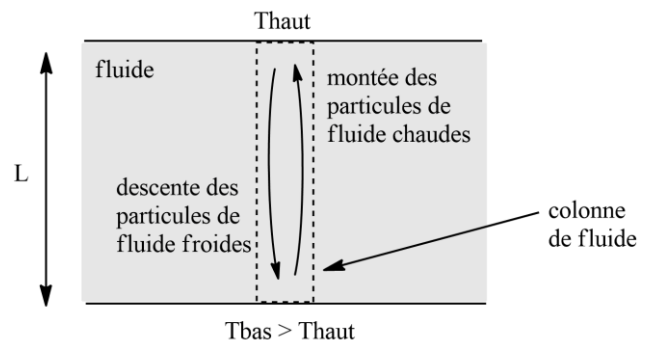
Dans les océans Arctique et Atlantique Nord, l'eau de mer est froide et très salée. Les vents intenses produisent à la fois un refroidissement et une augmentation de la salinité des eaux par évaporation. De plus la formation de la banquise s'effectue avec une libération de sel dans l'eau liquide. L'eau des océans de ces régions est donc très dense. Ainsi cette eau plonge vers les fonds marins et amorce une circulation plus globale dans les océans. Elles remonteront à la surface en se réchauffant une fois entraînées vers les océans Indien et Pacifique. En surface les courants sont fortement influencés par les vents et la rotation de la Terre. Ce mouvement d'ensemble est appelé circulation thermohaline (« thermo » pour la température et « haline » pour la salinité).

b. Phénomènes défavorables à la convection thermique – analyse de temps caractéristiques

Nous ne nous intéresserons qu'à la convection thermique dans cette partie.

Considérons une hauteur de fluide L , appelée longueur caractéristique, soumis à une différence de température $\Delta T = T_{\text{bas}} - T_{\text{haut}} > 0$. Isolons au sein de ce fluide une colonne de fluide.

Plusieurs facteurs peuvent limiter la convection dans le fluide. La comparaison des temps caractéristiques avec lesquels ces différents phénomènes (favorables ou défavorable) se mettent en place est un bon moyen de comparer leur efficacité.



La conduction thermique : un facteur défavorable à la convection :

Les forces de frottement : un facteur défavorable à la convection verticale

On peut déterminer ces temps caractéristiques par analyse dimensionnelle, connaissant les paramètres dont ils dépendent. La comparaison de ces temps permet en termes d'ordre de grandeur de déterminer quel phénomène l'emporte sur les autres et donc *in fine*, de prédire si le phénomène de convection peut avoir lieu ou non : le phénomène présentant un temps caractéristique le plus faible sera prédominant.

Méthode pour déterminer le temps caractéristique d'un phénomène :

- Faire la liste des paramètres physiques, noté p_i , dont dépend le temps caractéristique τ du phénomène (on détermine les paramètres d'influence à l'aide d'expériences)
- Exprimer ce temps caractéristiques en fonction de ces paramètres, sous la forme suivante : $\tau = p_1^a \times p_2^b \times \dots$
- Écrire l'équation dimensionnelle correspondante : $\dim G = (\dim p_1)^a \times (\dim p_2)^b \times \dots$
en définissant les dimensions de chaque grandeur à l'aide les dimensions fondamentales (les principales étant : masse M, longueur L, temps T, température θ , quantité de matière N)
- Les deux membres doivent être de même dimension ainsi l'exposant de chaque dimension fondamentale doit être identique de part et d'autre de l'égalité. On en déduit ainsi autant d'équations qu'il y a de dimensions.

On résout le système d'équations dont les inconnues sont les exposants a, b, \dots

Appliquons cette méthode pour calculer les temps caractéristiques liés à la convection, la conduction thermique et les forces de frottement.

Le temps caractéristique associé à la mise en place de la **convection** sur l'ensemble de la colonne de fluide, permet d'estimer le temps qu'il faut pour qu'une particule fluide parcoure toute la hauteur L . Il dépend de la longueur caractéristique L , de la valeur absolue de la flottabilité $|F_z|$ et de la masse de la particule m . L'analyse dimensionnelle permet d'obtenir la relation suivante :

Remarque : pour s'affranchir de la masse et du volume de la particule de fluide on fait intervenir le coefficient de dilatation $\alpha = \frac{|\Delta\rho|}{\rho\Delta T}$,

ainsi $\tau_{\text{convection}} = \sqrt{\frac{Lm}{\alpha\Delta T\rho Vg}} = \sqrt{\frac{L}{\alpha\Delta Tg}}$. L'eau possède un coefficient de dilatation plus faible que l'air. Ainsi pour obtenir des mouvements de convection dans l'eau, de même importance que dans l'air, une variation de température ΔT plus élevée dans l'eau que dans l'air, est nécessaire.

Le **temps caractéristique** associé à la mise en place de la **conduction** permet d'estimer le temps pour que le phénomène de conduction thermique permette de transporter l'énergie thermique du bas vers le haut de la colonne et donc d'uniformiser la température au sein du fluide. Il peut se déterminer par une méthode similaire, mais il peut être judicieux d'utiliser ici les notions vues lors de l'analyse des régimes transitoires en conduction thermique. Le temps caractéristique de mise en place du régime stationnaire lors de la conduction thermique dans un système (ici le fluide environnant la particule) de longueur L , de section S et de conductivité λ vaut :

Le temps caractéristique associé à la force de **frottement** est aussi appelé temps caractéristique de résistance à l'écoulement du fluide, permet d'estimer le temps qu'il faudrait pour qu'un fluide ayant été mis en mouvement de convection s'immobilise par la seule action des forces de frottement. Ce temps dépend de la masse volumique du fluide ρ en kg.m^{-3} , de la viscosité dynamique du fluide η en $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$, grandeur qui caractérise la résistance à l'écoulement d'un fluide et de la longueur caractéristique L .



Pour tenir compte de plusieurs paramètres contraires influençant un phénomène, il est d'usage de construire des nombres sans dimension permettant de distinguer si un phénomène sera fortement présent ou non (exemple : le nombre de Reynolds caractérisant le type d'écoulement d'un fluide, vu en 2^{de} année en cours de physique-chimie)

Dans le cadre de la convection d'un fluide, on construit un nombre sans dimension, appelé nombre de Rayleigh, Ra d'autant plus grand que la convection est favorisée. Ra doit donc être d'autant plus grand que $\tau_{\text{convection}}$ est faible et que $\tau_{\text{conduction}}$ et $\tau_{\text{frottement}}$ sont élevés.

Ainsi :

$$Ra = \frac{\tau_{\text{conduction}} \tau_{\text{frottement}}}{\tau_{\text{convection}}^2}$$

C'est le calcul de ce nombre qui permet de justifier que le manteau terrestre convecte bien.